

# Poster Session #2 - 20/03/2024

JNIM'24, March 18-21, Grenoble

1. June Roupin (LIGM, Marne-la-Vallée, GT Alea)  
Forme normale alternante dans le monoïde de tresse standard
2. Timothée Martinod (LIMOS, Clermont-Ferrand, GT CoA)  
Sur la complexité de l'ensemble Indépendant Dominant avec des Obligations faibles dans les graphes
3. Pierre Catoire (LMPA, Littoral Côté d'Opale, GT CombAlg)  
Dendriform and tridendriform Hopf algebras Algèbres de Hopf dendriformes et tridendriformes
4. Sriram Gopalakrishnan (LIP6, Paris, GT CF)  
Gröbner bases of maximal minor sand critical point computations
5. Emily Clément (IRIF, Univ. Paris-Cité, GT Vérif)  
Languages of Higher Dimensional Timed Automata
6. Boris Bordeaux (LIB, Univ. Bourgogne, GT MG)  
Représentation des empilements polytopaux de sphères à l'aide du modèle BC-IFS
7. Théodore Aouad (CVN, Centrale Supélec, INRIA, GT GDMM)  
A foundation for lossless binarized morphological neural networks
8. Bastien Laboureix (LORIA, Univ. Lorraine, GT GDMM)  
Sur l'épaisseur de connexité des hyperplans arithmétiques
9. François Doré (I3S, Univ. Côte d'Azur, GT Graphes)  
Root computation of functional graphs with degree constraints
10. Pierre Popoli (Univ. de Liège, GT SDA2)  
On the pseudorandomness of Parry–Bertrand automatic sequences
11. Nuwan Herath (Lab-STICC, IMT Atlantique, GT GeoAlgo)  
Nouvel algorithme de projection garantie
12. Nicolas Heurtel (LMF, Univ. Paris-Saclay, GT IQ)  
A Graphical Language for Linear Optical Circuits with Finite-Photon-Number Sources and Detectors
13. Eniko Kevi (LIG, Univ. Grenoble Alpes, GT CoA)  
Online Algorithms with Predictions

## **Forme normale alternante dans le monoïde de tresse standard**

*June Roupin*

Dans les différents monoïdes de tresses, la question de choisir un représentant canonique pour chaque tresse a motivé l'étude de plusieurs formes normales. Dans le monoïde de tresse standard, les plus classiques sont la forme normale de Garside, qui consiste à découper la tresse en bloc finis simples, et la forme normale alternante, qui repose sur une décomposition récursive en blocs interdisant l'utilisation de certains générateurs. La forme normale de Garside a déjà été très étudiée, et de nombreuses propriétés puissantes ont été prouvées, dont la régularité et l'automaticité du langage, et une caractérisation locale. D'un autre côté, parmi ces propriétés, seule la régularité de la forme normale alternante était déjà connue. Je vais présenter une caractérisation locale de la forme normale alternante et la construction d'un automate minimal la reconnaissant, qui sont des briques essentielles pour prouver son automaticité à droite.

# Sur la complexité de l'ensemble Indépendant Dominant avec des Obligations faibles dans les graphes

*Timothée Martinod*

L'étude de problèmes de graphes classiques avec des contraintes supplémentaires est ancienne. Récemment, le concept de conflit a été introduit, suivi par celui d'obligation. Cette notion s'avère utile pour représenter des contextes où les éléments doivent être mobilisés de manière collective plutôt qu'individuelle (comme une équipe de personnes ou un ensemble de ressources).

Un sous-ensemble  $D \subseteq V$  est un ensemble dominant indépendant (ou stable) d'un graphe  $G = (V, E)$  si  $D$  est un ensemble indépendant (il n'existe aucune arête entre les sommets de  $D$ ) et dominant tous les sommets de  $G$  (chaque sommet de  $V - D$  a un voisin dans  $D$ ). Le problème de l'ensemble Indépendant Dominant avec Obligations (IDO) en propose une généralisation. Une instance est un graphe  $G = (V, E)$  et une partition  $\Pi = (V_1, \dots, V_k)$  des sommets de  $V$ . Chaque sous-ensemble  $V_i$  de  $\Pi$  est appelé une obligation (ou obligation forte). Un ensemble Indépendant Dominant avec Obligations  $D$  dans une instance  $(G, \Pi)$  est un ensemble dominant indépendant de  $G$  avec la contrainte supplémentaire que si un sommet d'une obligation  $V_i$  appartient à  $D$ , alors tous les autres sommets de  $V_i$  doivent aussi appartenir à  $D$  : pour chaque  $i = 1, \dots, k$ , soit  $V_i \cap D = \emptyset$  soit  $V_i \subseteq D$  (l'ensemble  $D$  respecte les obligations  $\Pi$ ). En généralisant cette notion d'obligation, une instance de notre problème est un graphe  $G = (V, E)$ , des obligations  $\Pi = (V_1, \dots, V_k)$  sur les sommets de  $V$  et un seuil  $k \geq 0$ . Lorsque  $k > 0$ , les obligations sont dites faibles. Un ensemble Indépendant Dominant avec Obligations faibles (IDOf)  $D$  dans une instance  $(G, \Pi, k)$  est un ensemble dominant indépendant de  $G$  pour lequel nous relâchons partiellement la contrainte portée par les obligations : seulement si plus de  $k$  sommets d'une obligation  $V_i$  appartiennent à  $D$ , alors tous les autres sommets de  $V_i$  doivent aussi appartenir à  $D$  : pour chaque  $i = 1, \dots, k$ , soit  $\|V_i \cap D\| \leq k$  soit  $V_i \subseteq D$  (l'ensemble  $D$  respecte les obligations faibles  $\Pi$ ).

J'ai montré que décider de l'existence d'un IDO est un problème NP-complet même dans un chemin ou un graphe de diamètre trois avec des obligations stables de même taille  $\lambda > 1$ . J'ai également montré que décider de l'existence d'un ensemble indépendant, dominant au moins  $3\sqrt{|V|} - 2$  sommets et respectant les obligations est un problème NP-complet même si le graphe est une collection de chemins et que les obligations sont stables. En relâchant la restriction portant sur les obligations en étudiant des instances composées d'obligations faibles, j'ai montré que le problème IDOf est NP-complet si l'instance contient des obligations fortes même si  $G$  est un chemin. Dans le cas où toutes les obligations sont faibles, j'ai également montré que le problème IDOf est NP-complet pour tout seuil  $k \geq 1$  dans les collections de chemins avec des obligations de même taille  $\lambda$  et dans les graphes de blocs connexes associés à des obligations non stables et non-équilibrées. Finalement, j'ai montré que le problème IDOf est NP-complet dans les arbres avec des obligations faibles stables pour  $k = 1$ .

# Dendriform and tridendriform Hopf algebras Algèbres de Hopf dendriformes et tridendriformes

*Pierre Catoire*

In this poster, we will introduce some elements about Hopf algebra theory and we give two examples called dendriform and tridendriform. This theory has some applications to quantum field theory thanks to some experts like D.Kreimer. A Hopf algebra is an algebra with a co-product satisfying some properties called coassociativity, counity and additional compatibilities: the coproduct needs to be an algebra morphism and an antipode exists. We will limit us to graduate cases here. We need to think the coproduct like an operator which breaks elements from the algebra into two pieces. Moreover, this pieces are such that it is always possible to find the broken element by  $\Delta$ . Finally, the dendriform and tridendriform Hopf algebras satisfy that their product can be written respectively like a sum of two or three sub-products compatible with each other and with  $\Delta$ . We give an interpretation of these algebras with trees and forests with a combinatorial description of the products and coproduct.

## Gröbner bases of maximal minor sand critical point computations

*Sriram Gopalakrishnan*

Let  $\mathbb{k}$  be a field. Let  $F = (f_1, \dots, f_p) \subseteq \mathbb{k}[x_1, \dots, x_n]$  be a set of polynomials in  $n$  variables, and let  $g \in \mathbb{k}[x_1, \dots, x_n]$  be a polynomial. The problem of computing the critical points of  $g$  restricted to  $V(F)$  is a classical one in effective algebraic geometry and has applications in several scientific disciplines. The ideal  $\mathcal{I}(g, F)$  corresponding to the variety consisting of the critical points of  $g$  restricted to  $V(F)$  is generically zero-dimensional. A key step in solving the polynomial system defining  $\mathcal{I}(g, F)$  using Gröbner bases is computing a grevlex Gröbner basis of  $\mathcal{I}(g, F)$ , which can be accomplished using a signature-based Gröbner basis algorithm such as  $F_5$ . Generically, the ideal  $\mathcal{I}(g, F)$  cannot be generated by a regular sequence and thus  $F_5$  encounters reductions to zero when computing its grevlex Gröbner basis. These reductions to zero arise entirely from the syzygies between the maximal minors of  $\text{jac}(g, F)$ , the Jacobian matrix of  $\{g, f_1, \dots, f_p\}$ . By analyzing the Eagon-Northcott complex associated to  $\text{jac}(g, F)$ , we devise new criteria to detect and avoid more reductions to zero arising from these syzygies. We provide a complexity analysis of our algorithm which improves upon the best previously known complexity bound for computing a Gröbner basis of  $\mathcal{I}(g, F)$  by a factor which is at least quadratic in  $n$ .

This is joint work with Vincent Neiger and Mohab Safey El Din.

## Languages of Higher Dimensional Timed Automata

*Emily Clément*

Higher Dimensional Automata (HDA) are a very powerful tool to represent non-interleaving concurrency (i.e.  $a||b \neq a.b + b.a$ ). They generalise numerous models, such as Petri nets. Languages of HDA are sets of ipomsets, which represent the possible order on the events.

In recent years, interest in HDAs has increased and has led to numerous new results (e.g. 2021 Fahrenberg et al., 2023: Fahrenberg et al.). Recently, an extension of both Timed Automata and HDA were defined, called Higher Dimensional Timed Automata, to obtain a more refined information on posets: rather than only the precedence order, we are interested in the time intervals in which events are active.

In our work, we define languages of HDTAs as sets of interval-timed pomsets with interfaces. As an application, we show that language inclusion of HDTAs is undecidable. On the other hand, using a region construction, we can show that untimings of HDTA languages have enough regularity so that untimed language inclusion is decidable.

Joint work with: Amazigh Amrane, Uli Fahrenberg, Hugo Bazille (LRE)

## **Représentation des empilements polytopaux de sphères à l'aide du modèle BC-IFS**

*Boris Bordeaux*

Le modèle BC-IFS permet de coder la topologie de structures fractales en spécifiant des contraintes d'incidence et d'adjacence. La réalisation géométrique se fait à l'aide de points de contrôle. Il est difficile de modéliser des structures fractales complexes, car le nombre de contraintes peut devenir très élevé. Les empilements polytopaux de sphères produisent des structures fractales automatiquement à partir d'un polytope en dimension supérieure, offrant ainsi une méthode efficace pour créer des structures fractales. Dans ce poster, nous montrons comment coder automatiquement la topologie de ces empilements en 2D à l'aide du modèle BC-IFS, facilitant la création de structures fractales et permettant une manipulation de celles-ci par des points de contrôles.

## A foundation for lossless binarized morphological neural networks

*Théodore Aouad*

Training and running deep neural networks (NNs) often demands significant computation and energy-intensive specialized hardware (e.g. GPU, TPU...). One way to reduce the computation and power cost is to use binary weight NNs, but these are hard to train because their derivatives have a non-smooth gradient. We present a model based on Mathematical Morphology (MM), which can binarize ConvNets without loss of performance under certain conditions, but these conditions may not be easy to satisfy in real-world scenarios. To ameliorate this, we propose two new approximation methods and develop a robust theoretical framework for ConvNets binarization using MM. We also propose several regularization losses to improve the optimization. We empirically show that our model can learn a complex morphological network, and explore its performance on a classification task.

## **Sur l'épaisseur de connexité des hyperplans arithmétiques**

*Bastien Laboureix*

Nous étudions l'une des structures de base de la géométrie discrète : les hyperplans arithmétiques, et nous intéressons notamment à leurs propriétés de connexité. Si la géométrie et la topologie des hyperplans sont bien connues en dimension 2 (le cas des droites discrètes), la question de la connexité devient beaucoup plus complexe en dimensions supérieures. Le cas de la connexité par faces a été traité dans de nombreux articles, permettant notamment de montrer l'existence d'une épaisseur critique appelée épaisseur de connexité. L'algorithme de Y. Gérard permet, quant à lui, de décider la connexité d'un hyperplan, mais uniquement dans le cas rationnel. Pour traiter le cas général de la connexité, nous avons tout d'abord généralisé le résultat d'existence de l'épaisseur de connexité. Nous avons ensuite opté pour une approche analytique et une étude de régularité, qui nous permet d'obtenir une méthode générale de calcul de la fonction épaisseur de connexité.

## Root computation of functional graphs with degree constraints

*François Doré*

Functional Graphs are directed graphs with constant indegree equal to 1. As such, they represent endomorphisms and are structurally equivalent to the transition graphs of Discrete Dynamical Systems. As the latter, they allow to model some phenomena evolving over time in a discrete manner. It is possible to define for the set of functional graphs operations of sum and product, respectively the direct sum (or disjoint union) and the direct product [4], thereby forming a commutative semiring. It is then natural to consider polynomials where variables and constants are functional graphs. To solve these kind of polynomials, one must have algorithms able to perform the division and the root. Some previous works were interested in the division algorithms using structures modeling the functional graphs as infinite trees, called unrolls. While the first proposed an exponential algorithm to compute the division when the divisor and quotient are connected, the second introduced a polynomial algorithm to divide functional graphs having only one cycle consisting of a single fixed point. In this work, first, we aim to get a step further by linking those two works and extending the polynomial algorithm to compute the division in the cases where only the quotient is connected. Second, we propose a way to use the reasoning on unrolls to compute the  $k$ th root of any functional graph whose root is connected and have bounded indegree. Both of these contributions are based on a partial order on trees which is preserved through the product and enables recursive reconstruction of unrolls and, consequently, of functional graphs.

## On the pseudorandomness of Parry–Bertrand automatic sequences

*Pierre Popoli*

The correlation measure is a testimony of the pseudorandomness of a sequence  $S$  and provides information about the independence of some parts of  $S$  and their shifts. Combined with the well-distribution measure, a sequence possesses good pseudorandomness properties if both measures are relatively small. In combinatorics on words, the famous  $k$ -automatic sequences are quite far from being pseudorandom as they have small factor complexity on the one hand and large well-distribution and correlation measures on the other. We investigate the pseudorandomness of a specific family of morphic sequences, including classical  $k$ -automatic sequences. In particular, we show that such sequences have large even-order correlation measures; hence, they are not pseudorandom. We also show that even- and odd-order correlation measures behave differently when considering some simple morphic sequences. This is joint with Manon Stipulanti.

## Nouvel algorithme de projection garantie

*Nuwan Herath*

La résolution de problèmes d'ingénierie consiste parfois à trouver les solutions d'un système d'équations et d'inéquations. Dans le cadre de certaines applications, notamment en robotique ou en automatique, on souhaite avoir un ensemble solution garanti : on veut l'encadrer avec la meilleure précision possible malgré les limitations numériques. Dans ce contexte, nous nous intéressons au calcul de la projection garantie d'un tel ensemble. Dans le cas d'un objet dont le comportement dépend de  $n$  paramètres  $x, y, p_3, \dots, p_n$ , on peut n'être intéressé que par la position  $(x, y)$  dans  $\mathbb{R}^2$ . On s'intéresse alors à la projection de l'ensemble solution sur  $(x, y)$ . Pour encadrer la projection, nous utilisons l'arithmétique des intervalles, en particulier les contracteurs et séparateurs. Nous renforçons l'algorithme classique SIVIA dans le cas où l'ensemble est différentiable. Pour ce faire, nous localisons efficacement la frontière de la projection en nous concentrant sur les lieux de l'ensemble où la tangente est orthogonale au plan  $(x, y)$ .

# A Graphical Language for Linear Optical Circuits with Finite-Photon-Number Sources and Detectors

*Nicolas Heurtel*

Linear optical circuits utilize the quantum state of photons as carriers of quantum information through linear optical components, notably including beam splitters and phase shifters. Those photonic states possess a particularly high level of expressiveness, as they reside within the bosonic Fock space, an infinite-dimensional Hilbert space. In the realm of linear optical quantum computation, those linear optical components are sometimes not sufficient to perform efficient computations of interest. Those circuits are therefore often complemented by auxiliary sources and detectors, generating and projecting on auxiliary photonic states, increasing the versatility of the quantum processes. In this paper, we introduce the LOfi-calculus, a graphical language to reason on the infinite-dimensional bosonic Fock space with circuits composed of the four core elements of linear optics: the phase shifter, the beam splitter, auxiliary sources and detectors with bounded photon number. We present an equational theory we prove to be complete: two LOfi-circuits represent the same quantum process if and only if one can be transformed into the other with the rules of the LOfi-calculus. We give a universal, unique and compact form for those circuits.

## Online Algorithms with Predictions

*Eniko Kevi*

Many practically relevant online problems (such as scheduling, ad auctions, and congestion management) cannot be solved optimally and are hard to approximate closely to the optimal solution. This hardness partly comes from the overly pessimistic setting of the worst-case paradigm, where the algorithm's performance is compared to the pathological worst input, even if it is unrealistic. Besides, online problems traditionally assume complete uncertainty regarding future events - a significant handicap for the algorithms. However, with the advancement of machine learning techniques, it has become apparent that several real-life problems often follow patterns that we can predict. As a result, online algorithms with predictions recently became an active field of research, and it is the topic of our current study.